

УДК 621. 9.04

**В. Е. Хроматов**, д-р техн. наук, проф., **В. Н. Щугорев**, канд. техн. наук, доц.

**Т. Б. Дуйшеналиев**

НИУ Московский энергетический институт, г. Москва, Россия

E-mail: [KhromatovVY@mpei.ru](mailto:KhromatovVY@mpei.ru)

## ВИБРАЦИОННЫЕ ПОЛЯ В КРУГОВЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧКАХ, ОБТЕКАЕМЫХ СВЕРХЗВУКОВЫМ ПОТОКОМ ГАЗА

*В статье исследуется влияние аэродинамического давления на упруго-акустические колебания цилиндрических оболочек, которые находятся в контакте с изолирующим слоем, который обтекает сверхзвуковой поток газа и находится в поле случайных внешних сил. А также выполнен анализ дополнительного аэродинамического давления от набегающего потока воздуха. Получены соотношения для спектральных плотностей и дисперсии движения точек средней поверхности оболочки.*

**Ключевые слова:** колебания цилиндрической оболочки, пульсация случайного давления, сверхзвуковой поток

**V. E. Khromatov, V. N. Shchugorev, T. B. Duyshenaliev**

## VIBRATION FIELDS IN CIRCLIC CYLINDRICAL SHELLS RUNNING WITH SUPERSONIC GAS FLOW

*The paper investigates the impact of aerodynamic pressure for the elasto-acoustic oscillations of cylindrical shells which are in contact with the insulating layer, streamlined a supersonic flow of gas and located in the field of random external forces. Additional aerodynamic pressure measured at the piston theory. There are obtained relations for the spectral densities and dispersion of movement of points of the middle surface of the shell.*

**Keywords:** oscillations of cylindrical shell, random pressure pulsation, supersonic flow.

С развитием авиации и ракетной техники возникает проблема расчета колебаний упругих систем под действием случайных сил. Случайными нагрузками являются пульсации давлений в турбулентной атмосфере, воздействие порывов ветра. Фюзеляж летательного аппарата можно трактовать как подкрепленную цилиндрическую оболочку. Задача может быть эффективно решена лишь с использованием статистических методов и теории случайных функций применительно к задачам механики [1,].

Рассмотрим круговую цилиндрическую оболочку, подкрепленную жесткими элементами, позволяющими рассматривать оболочку как набор прямоугольных панелей, внутренняя поверхность которых находится в контакте с некоторой вообще говоря многослойной оболочкой пониженной жесткости, назначение которой уменьшить передачу вибрации во внутреннюю область, заполненную акустической средой. Будем считать, что колебания несущей оболочки описываются технической теорией пологих оболочек В.З. Власова [1]. Прямоугольные в плане элементы цилиндрической оболочки – панели, выполнены из линейного вязко-упругого материала с плотностью  $\rho_0$ , толщиной  $h_0$ , радиусом  $R$ , сторонами  $a_1, a_2$  (рис. 1).

Панель с одной стороны обтекается вдоль образующей сверхзвуковым потоком газа. Отнесем срединную поверхность панели к ортогональной системе координат  $\mathbf{r} = x_1, x_2$ . Примем, что тангенциальными силами инерции можно пренебречь. Колебания панели будем описывать при помощи уравнений для малых отклонений нормального перемещения  $w(\mathbf{r}, t)$  и функций усилий  $\chi(\mathbf{r}, t)$  от невозмущенных значений

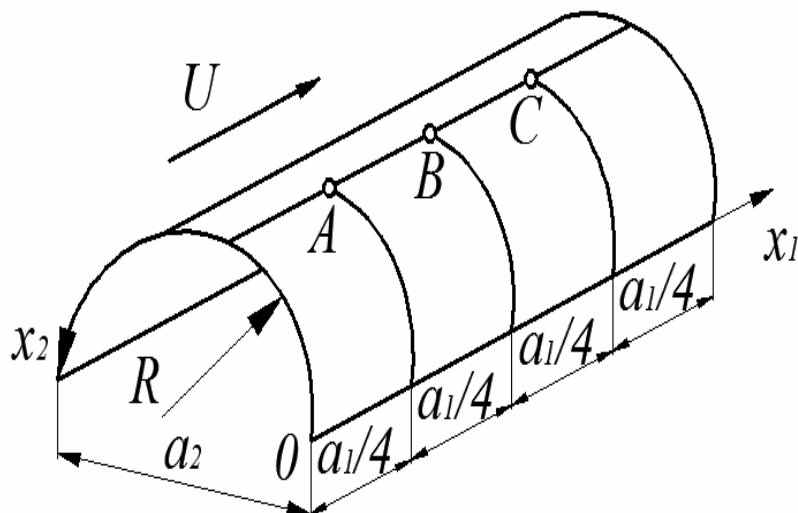


Рисунок 1. Расчетная схема

$$D \left( \frac{d}{dt} \right) \Delta \Delta w - \frac{1}{R} \frac{\partial^2 \chi}{\partial x_1^2} + \rho_0 h_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + q = 0$$

$$\Delta \Delta \chi + E \left( \frac{d}{dt} \right) \frac{h_0}{R} \frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2} = 0 \tag{1}$$

Здесь  $t$  – время,  $D, E$  – линейные вязко-упругие операторы,  $q$  – интенсивность внешней нагрузки,  $\Delta$  – оператор Лапласа. По контуру панели реализуются граничные условия шарнирного опирания.

Возмущение давления  $q(r, t)$  на обтекаемой поверхности панели представим в виде суммы регулярной составляющей  $p^0(r, t)$ , явным образом зависящей от деформаций панели, и пульсационной составляющей  $p(r, t)$

$$q(r, t) = p^0(r, t) + p(r, t) \tag{2}$$

Регулярную составляющую давления будем вычислять согласно поршневой теории А.А. Ильюшина [2]

$$p^0(r, t) = \frac{\chi p_{\infty}}{c_{\infty}} \left( \frac{\partial w}{\partial t} + U \frac{\partial w}{\partial x_1} \right) \tag{3}$$

Здесь  $\chi$  – показатель политропы,  $p_{\infty}, c_{\infty}$  – давление и скорость звука невозмущенного потока,  $U$  – его скорость.

Применительно к случаю, когда пульсации давления вызваны турбулентным пограничным слоем, функцию  $p(r, t)$  будем считать стационарной по времени случайной функцией, не зависящей от перемещений панели. Для статистического описания  $p(r, t)$  используем аналитическую аппроксимацию функции временного преобразования Фу-

рье от корреляционной функции пульсаций давления], полученных на основе экспериментов по изучению турбулентных пульсаций давления на жесткой стенке [1,3].

Для решения уравнений стохастической задачи применим метод канонических разложений [1]. При сделанном предположении о стационарности каноническое разложение для  $p(r, t)$  имеет вид

$$p(r, t) = \sum_j \sum_k \int_{-\infty}^{\infty} P_{jk}(\omega) \psi_{jk}(r) e^{i\omega t} d\omega, \quad (j, k = 1, 2, \dots) \quad (4)$$

Здесь  $P_{jk}(\omega)$  – дельта-коррелированная случайная функция частоты  $\omega$ ;  $\psi_{jk}$  - формы собственных колебаний панели в вакууме. Выражение для нормального перемещения  $w(r, t)$  будем искать в виде родственного дискретного по форме собственных колебаний и интегрального по времени  $t$  разложения

$$w(r, t) = \sum_j \sum_k \int_{-\infty}^{\infty} W_{jk}(\omega) \psi_{jk}(r) e^{i\omega t} d\omega, \quad (5)$$

где  $W_{jk}(\omega)$  - случайная функция частоты. После подстановки выражений (4) и (5) в разрешающее уравнение, получаемое из (1), приходим к бесконечной системе алгебраических уравнений относительно  $W_{jk}(\omega)$  и  $P_{jk}(\omega)$  при фиксированной частоте  $\omega$ . В дальнейших расчетах ограничимся двухчленным представлением решения (5).

Корреляционная функция перемещений точек срединной поверхности панели имеет вид [1]

$$\langle w^*(r, t) w(r', t + \tau) \rangle = \sum_j \sum_k \int_{-\infty}^{\infty} S_{W_j W_k}(\omega) \psi_j(r) \psi_k(r') e^{i\omega \tau} d\omega \quad (6)$$

Здесь и в дальнейшем угловые скобки означают операцию математического ожидания, звездочки – переход к комплексно-сопряженной величине,  $S_{W_j W_k}(\omega)$  - взаимные спектральные плоскости перемещений

$$S_{W_j W_k}(\omega) = \sum_m F_{jm} * F_{km} S_{p_m p_n} + 2Re \sum_{m < n} F_{jm} * F_{kn} S_{p_m p_n}. \quad (7)$$

Имея формулы (6), (7), нетрудно вычислить статистические характеристики параметров, описывающих поведение панели. Если в формуле (6) положить  $r = r', \tau = 0$ , получим формулу для дисперсий перемещений панели. Выражение для спектральной плотности перемещений точек срединной поверхности панели будет

$$S_W(r, r, \omega) = \sum_j S_{W_j W_j}(\omega) |\psi_j(\rho)|^2 + 2Re \sum_{j < k} S_{W_j W_k}(\omega) \psi_j(\rho) \psi_k(\rho) \quad (8)$$

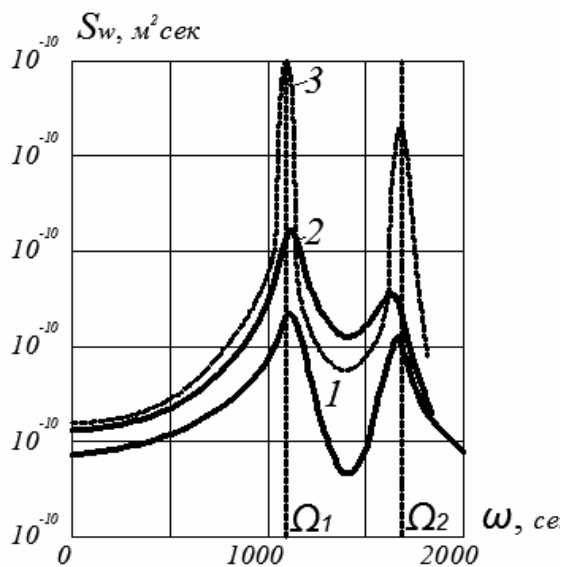


Рисунок 2. Спектральная плотность

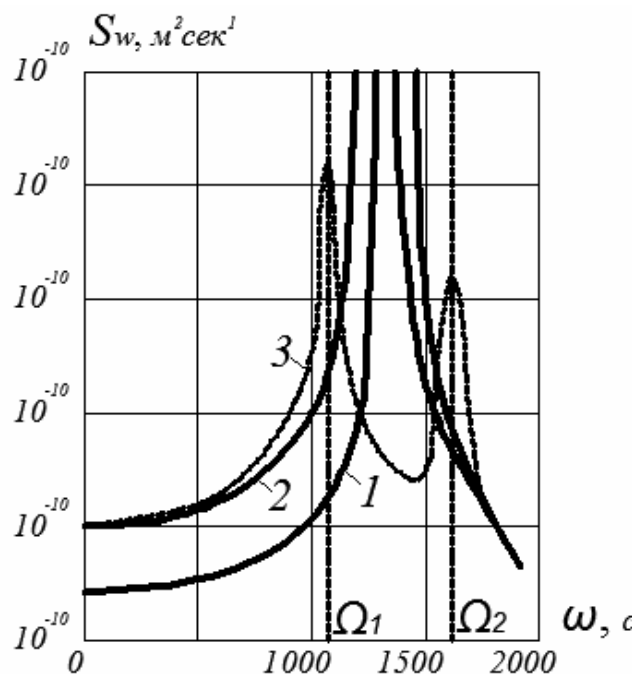


Рисунок 3. Спектральная плотность при критической скорости

В качестве примера рассматривалась цилиндрическая панель с параметрами  $R = 1.5$  м,  $a_1 = 0.435$  м,  $a_2 = 0.135$  м,  $h_0 = 1.2$  мм,  $\rho_0 = 2750$  кг,  $\nu = 0.3$ ,  $E_T = 0.687 \cdot 10^{11}$  Па. Параметры набегающего потока  $\chi = 1.4$ ,  $p_\infty = 10^5$  Па,  $c_\infty = 340$  мсек<sup>-1</sup>.

На рис. 2 представлены результаты вычислений спектральной плоскости перемещений для точки *A* срединной поверхности панели при скорости обтекания с числом Маха, равным  $M = 1.55$ , на рис. 3 – при критической скорости  $M_* = 2.8$ . Кривые 1 на рис. 2,3 построены по формуле (8), кривые 2 – при неучете второго слагаемого.

Из анализа кривых видно, что неучет взаимных корреляций форм колебаний панели приводит к существенному различию в оценке спектральной плотности, особенно в области собственных частот колебаний панели  $\Omega_1, \Omega_2$ . При скорости обтекания, равной критической, частоты, соответствующие всплеску спектральной плотности (рис. 3), сливаются и спектральная плотность имеет полюс (рис. 3).

На рис. 4 кривая 1 иллюстрирует зависимость среднеквадратического отклонения  $\sigma_w$  нормальных перемещений панели для точки *A*, кривая 3 построена для точки *B*, кривая 4 – для точки *C*. Кривая 2 построена для точки *A* при пренебрежении взаимными корреляциями обобщенных координат в выражении для дисперсии.

Сравнение кривых 1, 3, 4 показывает, что среднеквадратическое отклонение увеличивается по направлению обтекания панели. Сверхзвуковой поток газа сдувает максимальный прогиб панели вдоль обтекания. Кривые 3 на рис. 2,3 и кривые 5,6 на рис. 4 построены для случая, когда в выражении (2) не учитывается регулярная аэродинамическая составляющая возмущенного давления  $p^0(\sigma, t)$ . Кривая 5 относится к точке *A*, кривая 6 – к точке *B*. Сопоставление кривых 3 и 6, 1 и 5, 4 и 5 показывает, что с учетом регулярной составляющей давления уровень вибраций панели оказывается существенно ниже, чем уровень, вычисленный без учета этой составляющей.

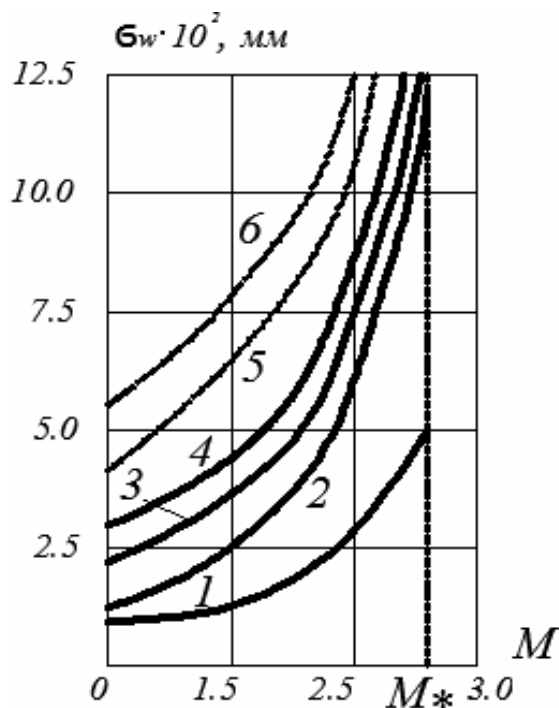


Рисунок 4. Зависимость среднеквадратичного отклонения  $\sigma_w$  нормальных перемещений панели от скорости потока

Снижение уровня вибраций может быть объяснено тем, что при  $M < M^*$  при наличии потока жесткость потока повышается по отношению к поперечным нагрузкам, особенно к тем, характерные частоты которых достаточно низки. Еще одним фактором, влияющим на снижение уровня вибраций, служит корреляция между первой и второй формами колебаний. В области низких частот эта корреляция оказывается отрицательной, причем она усиливается при учете регулярной составляющей давления. Дополнительное аэродинамическое давление от набегающего потока воздуха повышает жесткость оболочки по отношению к поперечным нагрузкам и уменьшает нормальные перемещения в оболочке.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Болотин, В. В. Случайные колебания упругих систем. – М.: Наука, 1979.
2. Ильюшин, А. А. Закон плоских сечений при больших сверхзвуковых скоростях / А. А. Ильюшин // Прикладная математика и механика, 1956. – Т. 20. – Вып. 6.
3. Дубовских, Ю. А. Асимптотический анализ устойчивости и послекритического поведения упругих панелей в сверхзвуковом потоке / Ю. А. Дубовских, В. Е. Хроматов, В. Е. Чирков // Изв. РАН, Механика твердого тела, 1966. – № 3.

Поступила в редколлегию 22.05.2017 г.